第八章　湍流黏性流动与数值模拟导论

本章导言

前七章沿“黏性—动量扩散—边界层—分离—尾迹”讨论了层流黏性流动。Reynolds 数继续增大时，稳态或周期流动可能失稳、三维化，并通过多尺度涡结构的非线性作用发展为湍流。

湍流并不是一种新的流体，而是 Navier–Stokes 方程在一定参数范围内表现出的复杂运动状态。湍流运动虽然具有强烈的非规则性，却并非完全没有组织结构；相干运动、统计规律与多尺度能量传递共同构成了湍流的物理图景。

本章不系统展开稳定性和完整湍流理论，而聚焦以下问题：

1. 层流如何从概念上过渡到湍流？
2. 湍流有哪些共同特征，为什么“非规则”不等于“完全随机”？
3. 时间平均、空间平均和系综平均分别表示什么，为什么湍流需要统计描述？
4. Reynolds 分解后，平均动量方程发生了什么变化？
5. Reynolds 应力为什么可以理解为一种额外的动量输运？
6. 为什么即使在极高 Reynolds 数湍流中，固壁附近仍然存在由分子黏性控制的区域？
7. DNS、LES 和 RANS 分别在求解什么？常见 RANS 模型又在闭合什么？
8. 控制方程如何经过空间离散和时间推进转化为可计算的代数方程？
9. 不可压缩 CFD 为什么需要压强–速度耦合？
10. 如何通过网格、时间步检查以及 verification/validation 判断计算结果是否可信？

目标是为湍流统计、近壁物理、湍流建模和 CFD 建立统一的物理框架。

学习目标

完成本章学习后，应能够：

1. 区分层流、转捩和湍流的基本物理特征；
2. 理解流动失稳和转捩的基本概念，但不要求掌握完整线性稳定性理论；
3. 认识湍流的非规则性、三维性、多尺度性、强输运、耗散性以及相干结构；
4. 区分时间平均、空间平均和系综平均，并理解各态历经性的基本含义；
5. 掌握 Reynolds 分解：$u_i = \overline{u_i} + u_i'$；
6. 掌握 Reynolds 平均的基本运算规则，理解为什么非线性乘积项会产生新的脉动相关量；

Generated 2026-08-30 23:28

7. 推导不可压缩 Reynolds 平均 Navier–Stokes 方程的基本形式，并能够通过 x 方向动量方程说明 Reynolds 应力的来源；
8. 理解 Reynolds 应力的物理意义以及湍流增强动量输运的机制；
9. 理解湍流模型中的闭合问题，并认识 Boussinesq 涡黏性假设；
10. 定义湍动能 k 和单位质量耗散率 ε，读懂能谱中的含能区、惯性区和耗散区，并用湍动能方程解释生产、输运与耗散；
11. 掌握摩擦速度 $u_\tau = \sqrt{|\tau_w|/\rho}$ 、黏性长度 ℓ_ν、摩擦 Reynolds 数 Re_τ 以及壁面单位 u^+、y^+；
12. 理解黏性底层、缓冲层和对数区的基本划分，以及 $u^+ = y^+$ 和 $u^+ = \frac{1}{\kappa}\ln y^+ + B$ 的物理意义；
13. 区分 DNS、LES 和 RANS 的基本思想，写出 LES 亚格子应力的定义，区分滤波尺度与网格尺度，并说明滤波与微分交换所需的条件；
14. 说明混合长度、k–ε、k–ω、SST 和 Reynolds 应力模型的基本假设、校准范围与模型形式误差；
15. 理解有限体积法的局部守恒思想以及空间离散、时间推进和 CFL 的基本含义；
16. 解释不可压缩流动中的压强–速度耦合，并区分迭代收敛、网格/时间步独立性、verification 与 validation；
17. 能够把全书关于守恒、黏性、Reynolds 数、无量纲化和边界层的知识与湍流流动及 CFD 联系起来。

8.1 从层流、失稳到湍流

层流与扰动。层流（laminar flow）通常结构相对规则，不同流层之间混合较弱，瞬时速度和压强变化较平滑，并可在给定边界条件下保持稳态或规则非稳态。第 4 章的 Couette 流、Poiseuille 流和第 6 章的 Blasius 边界层都是典型层流。不过，任何真实流动都不可能完全没有扰动；扰动可能来自入口波动、壁面粗糙度、环境振动、声波、热噪声、上游尾迹或数值误差。

可以把瞬时速度写成：

$$u = U + u',$$

其中：U 为某个基本流；u' 为扰动。

稳定、失稳与转捩。如果小扰动随时间衰减，则基本流稳定；如果某些扰动随时间增长，则基本流不稳定。从概念上可写为

$$|u'(t)| \to 0 \qquad \text{稳定},$$

而

$$|u'(t)| \uparrow \qquad \text{不稳定}.$$

例如，第 7 章圆柱尾迹在较低 Reynolds 数时可以保持稳态对称；当 Reynolds 数超过某一范围后，对称尾迹失稳，出现周期涡脱落。流动从层流状态经过扰动增长、非线性作用和三维化，最终形成湍流的过程称为**转捩**（transition）。转捩并不是由某一个普适 Reynolds 数唯一决定的，还受到来流湍流度、壁面粗糙度、压强梯度、几何曲率、声学扰动和表面振动等因素影响，因此不应把“临界 Reynolds 数”理解为适用于所有流动的固定常数。

本章的边界。完整的流动稳定性理论可能涉及线性化 Navier–Stokes 方程、正常模态分析、特征值

Generated 2026-05-30 23:28

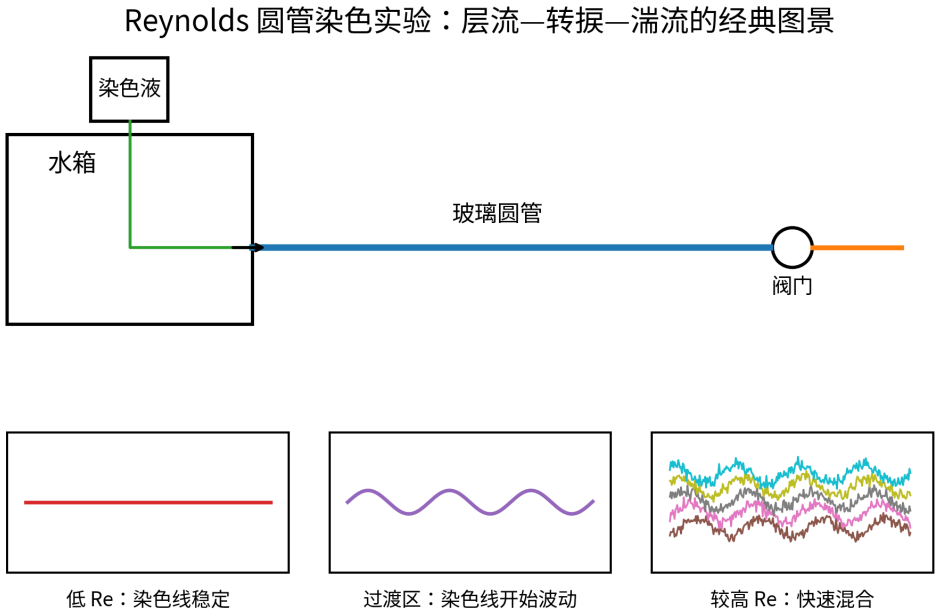


图 8.1: Reynolds 圆管染色实验的概念示意。低 Reynolds 数下染色线保持稳定；随着 Reynolds 数增加，扰动增长并出现明显混合。实验说明转捩与惯性–黏性竞争有关，但实际转捩还受入口扰动、壁面粗糙度等因素影响。

问题、Orr–Sommerfeld 方程、非模态增长和非线性稳定性。这些内容需要较多数学准备，不属于本书主线；本章只保留一个关键认识：

> **湍流通常不是凭空出现，而是某些扰动在特定流动条件下被放大并经过非线性演化的结果。**

8.2 湍流的基本特征与多尺度结构

湍流没有一个仅靠一句话就能完整描述的定义，但通常具有若干共同特征。

湍流的若干基本特征彼此相连。**非规则性**表现为：即使平均流动稳定，瞬时速度仍呈复杂、非周期的波动；所谓“统计稳定”并不意味着每一时刻的流场都不变，而是某些统计量在足够长的观察时间内保持稳定。**三维性**意味着充分发展的湍流本质上是三维的，即使几何和平均流动看似二维，涡量的拉伸与倾斜仍使不同尺度之间能够持续交换能量。**多尺度性**则表现为大尺度含能运动、中间尺度涡结构和小尺度耗散运动同时存在并相互作用：大尺度通常更受几何和边界条件控制，小尺度更多受局部惯性与黏性的共同作用。

这些运动会形成**强混合与强输运**。例如在壁面剪切流中，流体团的上下交换可以把外侧高动量流体带向近壁区，同时把近壁低动量流体带向外侧，显著增强动量、热量和质量输运。湍流同时具有**耗散性**：大尺度运动可由惯性主导，但机械能最终仍在小尺度上由分子黏性耗散；黏性只是集中到小尺度和近壁区域，而非消失。

能量级联图强调涡结构在物理空间中的尺度递减；能谱则把同一过程改写为波数空间中的能量分布。为避免与湍动能 k 混淆，本书用 κ_s 表示波数，用 $E(\kappa_s)$ 表示三维能谱。在常用归一化约定下，

Generated 2026-08-30

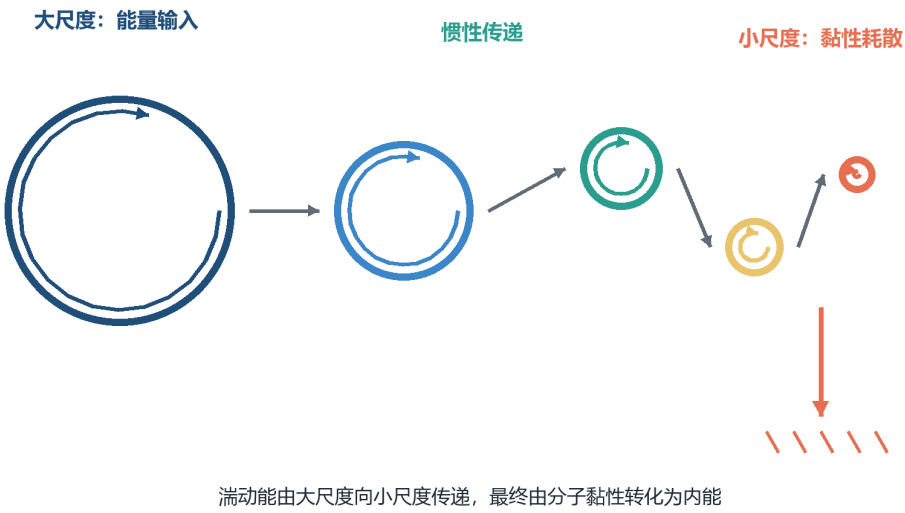


图 8.2: 湍流能量级联的概念示意：能量从大尺度运动传向更小尺度，并最终由分子黏性耗散。

$$k = \int_0^\infty E(\kappa_s)\,\mathrm{d}\kappa_s, \tag{8.1}$$

因此能谱曲线下的面积给出单位质量湍动能。小波数对应大尺度运动，含能区集中着由外部驱动和几何产生的主要能量；波数增大后，若 Reynolds 数足够高，可在一段尺度上形成近似惯性区，此时经典 Kolmogorov 标度为

$$E(\kappa_s) \propto \varepsilon^{2/3}\kappa_s^{-5/3}. \tag{8.2}$$

更高波数处的速度梯度显著增大，分子黏性把动能转化为内能，谱线因而迅速衰减。图 8.3 把含能区、惯性区和耗散区连在一张双对数示意图中；其中 $-5/3$ 是惯性区的局部标度，不是整条能谱都必须服从的幂律。中等 Reynolds 数流动的尺度分离可能不足，三个区间也不会由清晰界面严格分开（文献 10、11）。

无规则不等于没有结构。湍流并不是彼此独立的随机噪声叠加。实验和数值模拟经常能够识别出具有有限空间尺度和寿命的**相干结构**（coherent structures），例如近壁高速/低速条带、准流向涡、剪切层卷起以及尾迹中的大尺度涡结构。

这些结构不是固定不变的“刚性涡”，而是在产生、变形、相互作用和衰减过程中维持一定组织性的流动模式。它们往往承担显著的动量、热量和能量输运。

> **统计描述和结构描述并不矛盾。** Reynolds 平均描述湍流对平均输运的统计作用，而瞬时相干结构帮助理解这些统计量背后的流动物理。

Generated 2026-08-30

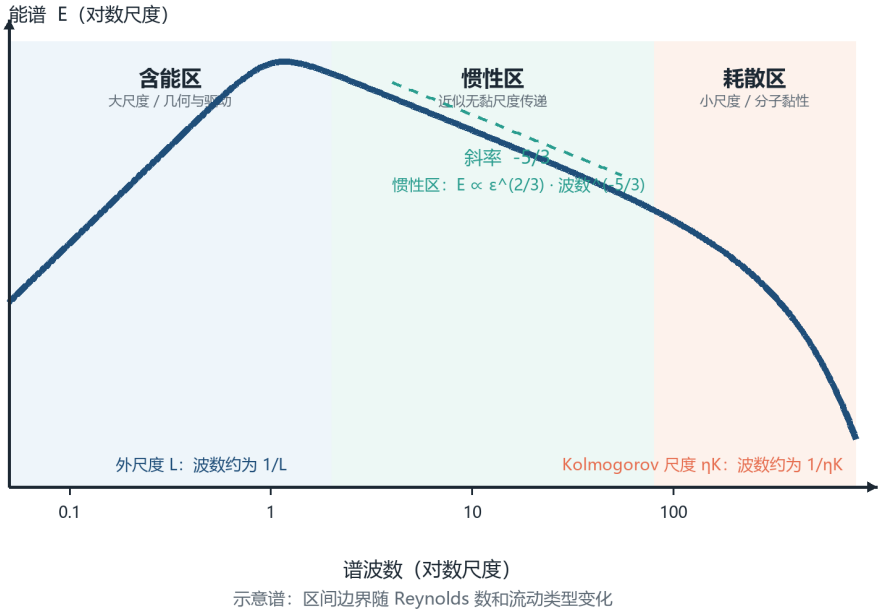


图 8.3: 湍流能谱的双对数示意。低波数为含能区，中间为可能出现 $-5/3$ 标度的惯性区，高波数为黏性耗散区；曲线只表达典型尺度关系，不代表某一组实验或 DNS 数据。

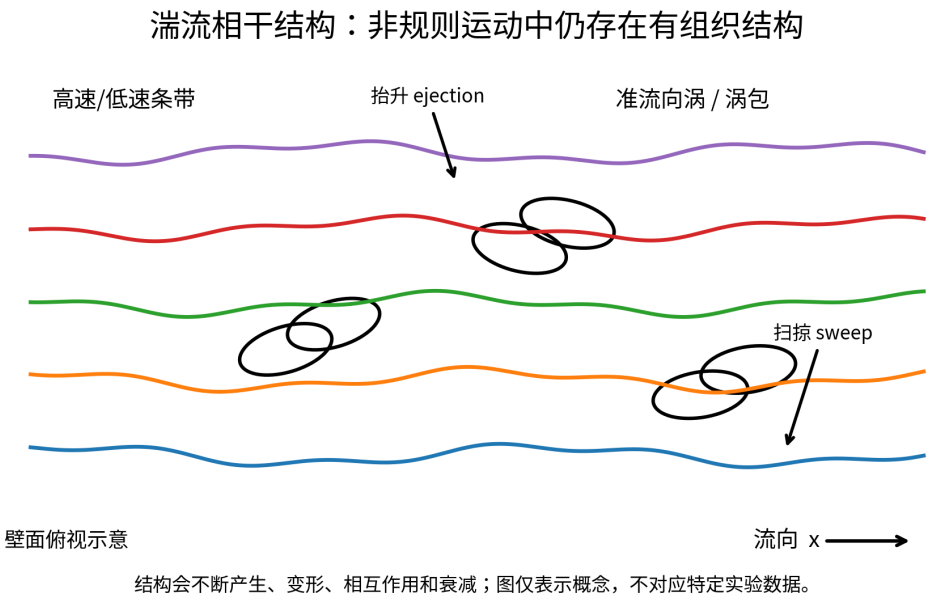


图 8.4: 湍流相干结构的概念示意：复杂瞬时运动中仍可辨认条带、旋涡及抬升/扫掠等有组织运动。图仅用于说明“非规则不等于无结构”，不代表某一特定流动的数据。

8.3 湍流的统计描述与 Reynolds 分解

⚠ 四类速度记号：全章统一约定

记号	类别	定义与用途
$u_i(x,t)$	瞬时量	Navier–Stokes 方程直接描述的瞬时速度分量
$\overline{u_i}$	Reynolds 平均量	对 u_i 作时间平均或系综平均；在统计齐次方向也可结合空间平均；RANS 求解的基本变量
$u_i' = u_i - \overline{u_i}$	脉动量	相对于 Reynolds 平均的速度脉动，满足 $\overline{u_i'} = 0$
$\widetilde{u_i}$	LES 滤波量	对瞬时速度作空间滤波后由网格解析的速度分量

上横线和波浪线代表不同运算：u_i' 是 Reynolds 脉动；$u_i^{\mathrm{sgs}} = u_i - \widetilde{u_i}$ 是 LES 中未解析的亚格子部分，二者不能混用。

8.3.1 统计描述与三种平均方式

湍流中的瞬时速度 $u = u(x,t)$ 随时间不断波动。如果逐时刻描述完整瞬时场，信息量非常大，而且许多工程问题更关心长期平均速度、平均阻力、平均传热以及脉动强度等统计量。因此，湍流理论大量使用平均、方差、相关和谱等统计描述。

对于统计平稳流动中的某一物理量 $\phi(t)$，理想时间平均定义为

$$\overline{\phi} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \phi(t)\,\mathrm{d}t. \tag{8.3}$$

实际实验和数值计算只能使用有限采样区间，因此还必须判断采样时间是否足以获得统计收敛的平均量。

若流动在某一方向具有**统计齐次性**，还可以沿该方向进行空间平均。例如在长度为 L_x 的周期齐次方向，

$$\langle \phi \rangle_x = \frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} \phi(x,\ldots,t)\,\mathrm{d}x. \tag{8.4}$$

空间平均不能在任意方向上随意使用。例如边界层的壁法向 y 方向统计性质显著变化，通常不能把不同 y 位置简单平均后仍解释为同一个局部统计量。

第三种常见方式是系综平均。设在相同宏观条件下进行 N 次独立实现，第 n 次结果记为 $\phi^{(n)}$，则

Generated 2026-08-30 23:28

$$\langle \phi \rangle_e = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \phi^{(n)}. \tag{8.5}$$

它表达的是在相同统计条件下，对许多可能实现的平均。

时间平均与系综平均的联系。对于统计平稳并满足适当**遍历条件**（ergodicity）的湍流，足够长的时间平均可以用来估计系综平均。这一性质使得实验中记录一条足够长的时间序列、或 DNS 中对足够长时间采样，能够得到具有统计意义的平均量。

各态历经性并不保证任意有限时间平均都等于系综平均。实际数据仍有有限采样误差，具有长相关时间或低频大尺度运动的流动尤其需要更长记录。

8.3.2 Reynolds 分解

任意瞬时物理量可以写成

$$\phi = \overline{\phi} + \phi'. \tag{8.6}$$

其中 $\overline{\phi}$ 为 Reynolds 平均量，ϕ' 为相对于该平均的脉动量。例如

$$u_i = \overline{u_i} + u_i', \tag{8.7}$$

$$p = \overline{p} + p'.$$

根据定义，

$$\boxed{\overline{\phi'} = 0.}$$

8.3.3 Reynolds 平均的基本运算规则

对于满足上述统计条件的平均运算，常用规则包括

$$\overline{\overline{\phi}} = \overline{\phi}, \qquad \overline{\phi'} = 0,$$

$$\overline{\frac{\partial \phi}{\partial x_i}} = \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial x_i},$$

以及

Generated 2026-08-30 23:28

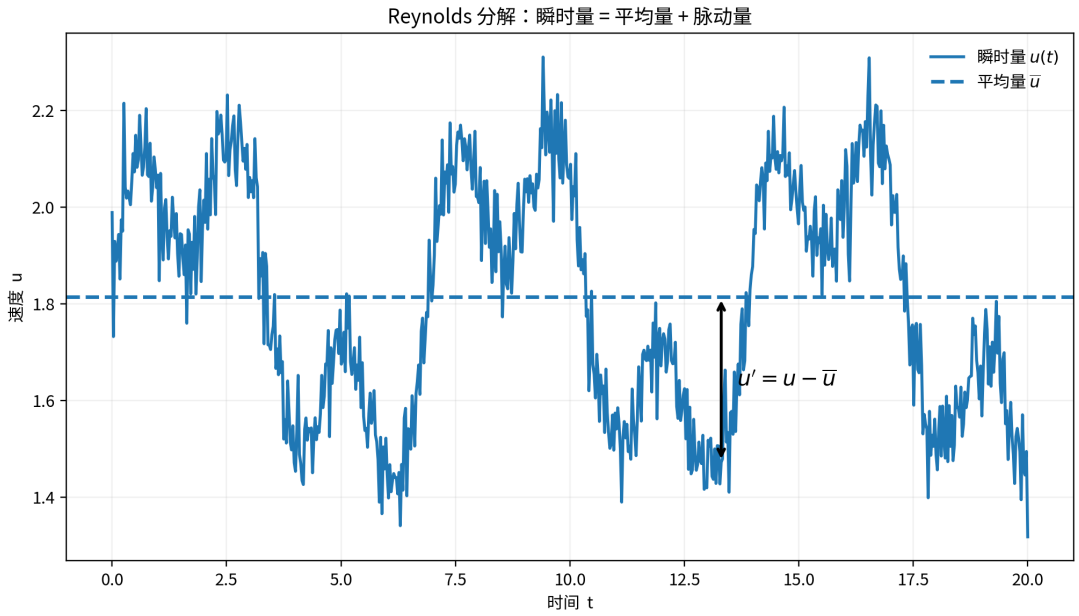


图 8.5: Reynolds 分解的概念示意：瞬时信号由平均量与围绕平均值的脉动组成。

$$\overline{\bar{\phi}\,\psi'} = \bar{\phi}\,\overline{\psi'} = 0.$$

尤其重要的是，对两个瞬时量

$$f = \bar{f} + f', \qquad g = \bar{g} + g'$$

展开乘积并取平均，可得

$$\boxed{\overline{fg} = \bar{f}\,\bar{g} + \overline{f'g'}.} \tag{8.8}$$

一般而言，

$$\overline{f'g'} \neq 0.$$

平均运算对线性项通常不会引入新的相关量，却会在 Navier–Stokes 方程的非线性乘积项中留下二阶脉动相关；Reynolds 应力正是由此产生。

8.4 Reynolds 平均方程与 Reynolds 应力

8.4.1 Reynolds 应力在平均方程中的来源

瞬时不可压缩连续性方程为

Generated 2026-08-30

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0.$$

作 Reynolds 分解

$$u_i = \overline{u_i} + u_i'$$

并取平均，得到

$$\boxed{\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0.} \tag{8.9}$$

因此平均速度场仍满足不可压缩连续性方程。由瞬时连续性方程减去平均连续性方程，还得到

$$\frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0. \tag{8.10}$$

连续性约束确定以后，再考虑常密度不可压缩 Newton 流体的瞬时动量方程：

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}. \tag{8.11}$$

非稳态项、压强梯度项和黏性项对于未知量都是线性的；真正产生新统计量的是非线性对流项。

为了看清平均过程如何产生新的统计量，先展开 x 方向的对流项：

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}.$$

代入 Reynolds 分解

$$u = \overline{u} + u', \qquad v = \overline{v} + v', \qquad w = \overline{w} + w'$$

并取平均。含有单个脉动量的交叉项平均后为零，因此得到

$$\overline{u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}} = \overline{u}\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \overline{v}\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \overline{w}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} + \overline{u'\frac{\partial u'}{\partial x} + v'\frac{\partial u'}{\partial y} + w'\frac{\partial u'}{\partial z}}.$$

利用脉动连续性方程式 8.10，

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0,$$

Generated 2020-08-30 23:28

可把最后三项写成散度形式：

$$u'\frac{\partial u'}{\partial x}+v'\frac{\partial u'}{\partial y}+w'\frac{\partial u'}{\partial z}=\frac{\partial(u'u')}{\partial x}+\frac{\partial(u'v')}{\partial y}+\frac{\partial(u'w')}{\partial z}.$$

于是平均 x 动量方程中的对流项变为

$$\overline{u}\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}+\overline{v}\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}+\overline{w}\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}+\frac{\partial\overline{u'u'}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{u'v'}}{\partial y}+\frac{\partial\overline{u'w'}}{\partial z}.$$

这个展开过程说明：**Reynolds 应力不是人为加进方程的，它来自原始 Navier–Stokes 方程非线性对流项的平均。**

8.4.2 RANS 方程与 Reynolds 应力

将上述结果写成紧凑的指标形式，可得

$$\boxed{\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial t}+\overline{u_j}\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i}+\nu\frac{\partial^2\overline{u_i}}{\partial x_j\partial x_j}-\frac{\partial\overline{u_i'u_j'}}{\partial x_j}.} \tag{8.12}$$

这就是不可压缩 **Reynolds-averaged Navier–Stokes equations**，简称 **RANS 方程**。

为突出新增动量通量的应力形式，将 Reynolds 应力定义为

$$\boxed{\tau_{ij}^{R}=-\rho\overline{u_i'u_j'}.} \tag{8.13}$$

则平均动量方程可以写成

$$\rho\left(\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial t}+\overline{u_j}\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_j}\right)=-\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i}+\mu\nabla^2\overline{u_i}+\frac{\partial\tau_{ij}^{R}}{\partial x_j}.$$

严格来说，Reynolds 应力不是由分子间本构关系产生的真实黏性应力。它来自速度脉动引起的平均动量通量；之所以称为 “应力”，是因为它在平均动量方程中以应力散度的形式出现。

三个法向分量

$$-\rho\overline{u'^2},\qquad -\rho\overline{v'^2},\qquad -\rho\overline{w'^2}$$

与各方向脉动动量有关；三个独立剪切分量中，壁面剪切流里的

$$-\rho\overline{u'v'}$$

尤其重要。

Generated 2026-05-30 23:28

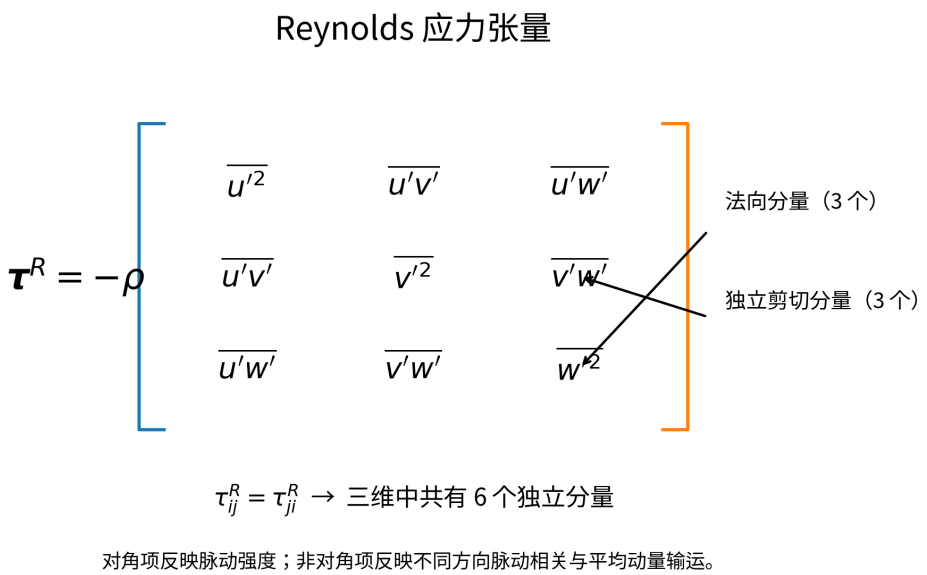


图 8.6: Reynolds 应力张量的六个独立分量。对角项与三个方向的速度脉动强度有关，非对角项表示不同方向脉动之间的相关和平均动量通量。

8.4.3 湍流为什么会增强动量输运

考虑平均流速随 y 增加：

$$\frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y} > 0.$$

一团来自较高位置的高速流体向下运动时，

$$v' < 0, \qquad u' > 0;$$

一团来自较低位置的低速流体向上运动时，

$$v' > 0, \qquad u' < 0.$$

两种情况下都有

$$u'v' < 0,$$

因此典型壁面剪切流中通常有

$$\overline{u'v'} < 0, \qquad -\rho\overline{u'v'} > 0.$$

这表示湍流脉动持续把高动量流体向壁面输运，同时把低动量流体向外输运。

Generated 2026-08-30

Reynolds 剪切应力的核心物理含义，是脉动速度相关所产生的平均跨层动量输运。

8.4.4 闭合问题

瞬时不可压缩 Navier–Stokes 方程的基本未知量为三个速度分量和压强。取平均以后，RANS 方程中新增

$$\overline{u_i' u_j'}.$$

Reynolds 应力张量在三维中有 6 个独立分量，因此平均以后虽然去除了瞬时小尺度细节，却产生了新的未知统计量。这就是湍流的**闭合问题**（closure problem）。

RANS 计算必须建立 Reynolds 应力与平均流动之间的附加关系，这些关系统称为**湍流模型**。

8.5 涡黏性、湍动能与湍流输运

8.5.1 Boussinesq 涡黏性假设

最经典的闭合思路之一，是把 Reynolds 应力与平均应变率联系起来。定义涡黏度

$$\nu_t.$$

对于简单平行剪切流，可写成

$$-\overline{u'v'} = \nu_t \frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y}. \tag{8.14}$$

它在形式上类似 Newton 黏性定律

$$\tau = \mu \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}y}.$$

> **拓展：Boussinesq 假设的一般张量形式**
>
> 对于常密度不可压缩三维流动，Boussinesq 假设通常写成
>
> $$\boxed{-\rho\overline{u_i' u_j'} = 2\mu_t \overline{S}_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij}}, \qquad \overline{S}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right). \tag{8.15}$$
>
> 其中 $\mu_t = \rho\nu_t$ 为湍流动力黏度，$k = \overline{u_i' u_i'}/2$ 为湍动能，δ_{ij} 为 Kronecker 符号。第一项把 Reynolds 应力的偏量部分与平均应变率联系起来，第二项表示各向同性部分。对于简单平行剪切流，取 $i = x$、$j = y$ 即可恢复式 8.14。

Generated 2026-08-30 23:28

分子黏度与涡黏度的区别。运动黏度 ν 是流体物性，而涡黏度 ν_t 不是流体材料常数。它取决于流动位置、Reynolds 数、平均剪切、湍流结构以及所采用的湍流模型。

ν_t 是描述湍流平均动量输运的一种模型量，而不是分子尺度物性。

8.5.2 湍动能及其收支

定义单位质量湍动能

$$\boxed{k=\frac{1}{2}\overline{u_i'u_i'}=\frac{1}{2}\left(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}+\overline{w'^2}\right).} \tag{8.16}$$

它反映三个方向速度脉动的整体强度。

湍动能的大小还需要与能量来源联系起来。在壁面剪切流中，一个重要的生产项为

$$\mathcal{P}=-\overline{u'v'}\frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y}. \tag{8.17}$$

在典型近壁剪切流中，若

$$-\overline{u'v'}>0,\qquad \frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y}>0,$$

则 $\mathcal{P}>0$，说明平均流通过 Reynolds 剪切应力向湍流脉动输送能量。这里用花体 $\mathcal{P}$ 表示湍动能生产项，普通斜体 P 保留给本章有限体积离散中的当前控制体。

例题 8.1　由速度脉动统计量计算湍动能、Reynolds 剪切应力与生产项

空气中某壁面剪切流测点的统计量为

$$\overline{u'^2}=1.44\ \mathrm{m^2/s^2},\qquad \overline{v'^2}=0.36\ \mathrm{m^2/s^2},\qquad \overline{w'^2}=0.25\ \mathrm{m^2/s^2},$$

$$\overline{u'v'}=-0.18\ \mathrm{m^2/s^2},\qquad \frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y}=80\ \mathrm{s^{-1}},\qquad \rho=1.20\ \mathrm{kg/m^3}.$$

求：（1）湍动能 k；（2）Reynolds 剪切应力 $-\rho\overline{u'v'}$；（3）单位质量湍动能生产率 $\mathcal{P}$ 及相应的单位体积生产率。

解：由式 8.16，

$$k=\frac{1}{2}\left(1.44+0.36+0.25\right)=1.025\ \mathrm{m^2/s^2}.$$

Reynolds 剪切应力为

$$-\rho\overline{u'v'}=-(1.20)(-0.18)=0.216\ \mathrm{Pa}.$$

由式 8.17，

Generated 2026-08-30 23:28

$$\mathcal{P} = -\overline{u'v'}\frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y} = -(-0.18)(80) = 14.4\ \mathrm{m^2/s^3}.$$

它是单位质量的能量生产率，也可写成 14.4 W/kg。单位体积生产率为

$$\rho\mathcal{P} = (1.20)(14.4) = 17.28\ \mathrm{W/m^3}.$$

结果解释：$\overline{u'v'} < 0$ 与正的平均速度梯度共同给出 $\mathcal{P} > 0$，表示平均流动能量正在转移到速度脉动。k 衡量三方向脉动的总强度，而 Reynolds 剪切应力和 $\mathcal{P}$ 还包含分量之间的相关性，三者不能互相替代。

生产出来的湍动能最终通过分子黏性耗散。对于常密度不可压缩流动，定义脉动应变率

$$s'_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}\right),$$

则单位质量湍动能耗散率为

$$\boxed{\varepsilon = 2\nu\,\overline{s'_{ij}s'_{ij}} \geq 0.} \tag{8.18}$$

ε 的单位为 $\mathrm{m^2\,s^{-3}}$，它刻画速度脉动通过小尺度梯度转化为内能的速率。这里固定用圆体变体 ε 表示湍流耗散率；第 6 章渐近分析中的小参数则使用 ϵ，二者不混用。

这个定义与第 2 章式 2.40 的瞬时黏性耗散完全一致。若把变形率张量分量写成 $D_{ij} = \overline{D}_{ij} + s'_{ij}$，并假定平均运算与空间微分可以交换，则单位体积耗散率 $\Phi = 2\mu D : D$ 满足

$$\overline{\Phi} = 2\mu\,\overline{D}_{ij}\overline{D}_{ij} + \rho\varepsilon. \tag{8.19}$$

第一项是平均应变直接产生的耗散，第二项才是湍流脉动的耗散。因此，$\rho\varepsilon$ 不能在存在平均剪切时被误称为全部瞬时耗散的平均值。

对常密度不可压缩流动，Reynolds 平均后的单位质量湍动能方程可整理为

$$\boxed{\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial k}{\partial x_j} = \underbrace{-\overline{u'_iu'_j}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}}_{\mathcal{P}\ \text{生产}} - \underbrace{\frac{\partial \mathcal{T}_j}{\partial x_j}}_{\text{输运}} - \underbrace{\varepsilon}_{\text{耗散}}} \tag{8.20}$$

其中总输运通量可写为

$$\mathcal{T}_j = \frac{1}{2}\overline{u'_iu'_iu'_j} + \frac{\overline{p'u'_j}}{\rho} - \nu\frac{\partial k}{\partial x_j}. \tag{8.21}$$

方程左端表示局部变化和平均流携带，右端的生产项 $\mathcal{P}$ 负责平均动能与湍动能之间的转换，输运项把湍动能在空间中重新分配，耗散项则以确定的非负速率把湍动能转化为内能。输运项本身不要求

Generated 2026-08-30 23:28

处处为正或为负；对封闭区域积分后，它主要通过边界通量改变区域内的总湍动能。对于平行剪切流 $\overline{u}=\overline{U}(y)$，一般生产项立即化为

$$\mathcal{P}=-\overline{u'v'}\frac{\mathrm{d}\overline{U}}{\mathrm{d}y},$$

也就是式 8.17。典型附着壁湍流中 $\overline{u'v'}<0$ 且 $\mathrm{d}\overline{U}/\mathrm{d}y>0$，所以 $\mathcal{P}>0$；但这只是常见剪切生产情形，并不意味着生产项在所有流动和所有位置都必为正。方程中的三阶相关和压强–速度相关仍需要统计数据或模型，因此写出湍动能方程并没有自动消除闭合问题。

把平均流提供能量、尺度间传递和最终耗散连在一起，可以写成如下能量链：

$$\boxed{\text{平均流动能量}\rightarrow\text{湍动能}\rightarrow\text{尺度间传递}\rightarrow\text{分子黏性耗散}}$$

这也是理解“高 Reynolds 数湍流中黏性为什么仍然不可缺少”的关键。

2026-08-30 23:28

8.6 壁湍流与近壁黏性作用

壁湍流同时展示了惯性、湍流输运与分子黏性之间的分区作用。平均边界层可以具有平滑的统计厚度，但瞬时边界层边缘会不断起伏，内部还包含多尺度涡结构。

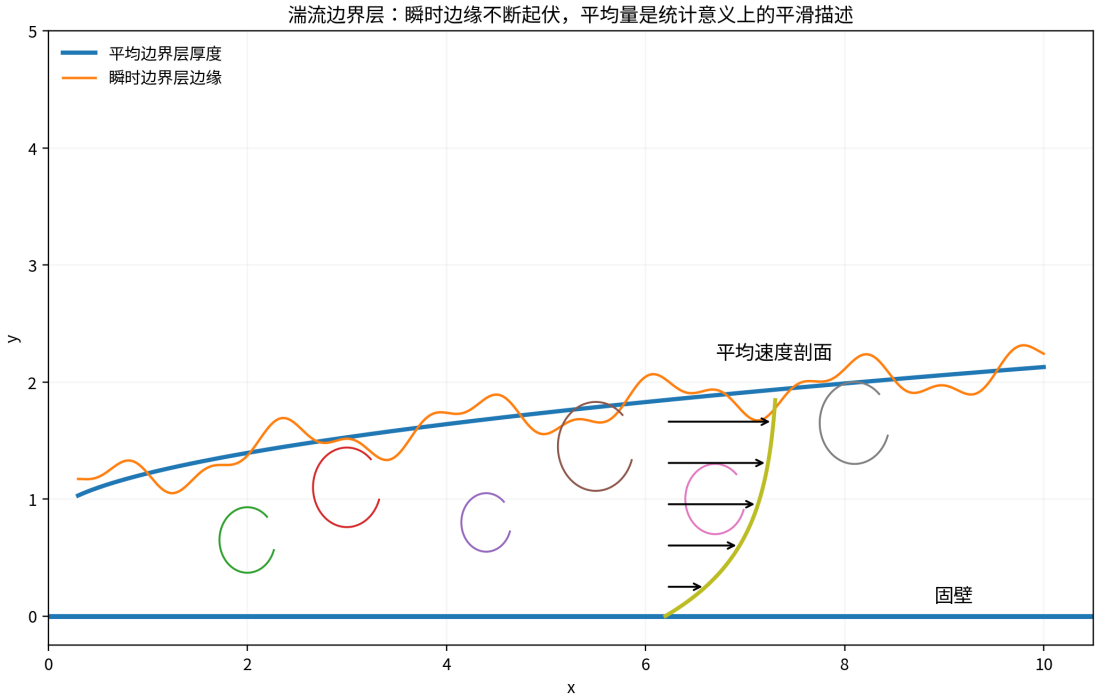


图 8.7: 湍流边界层的瞬时边缘与平均边界层厚度示意。瞬时边界会随时间起伏，而平均速度剖面和平均厚度是统计意义上的平滑量。

8.6.1 近壁黏性作用与壁面单位

高 Reynolds 数壁湍流中，远离壁面时湍流输运可以占优；但无滑移使壁面处

$$u' = v' = w' = 0,$$

从而

$$-\overline{u'v'} = 0.$$

壁面剪切只能由分子黏性承担：

$$\tau_w = \mu \left.\frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y}\right|_w . \tag{8.22}$$

这里的 τ_w 是局部切向坐标下的有符号量；壁面对流体、流体对壁面的牵引方向以及只取大小的写法统一遵循第 2 章的壁面剪切符号约定。

因此，无论整体 Reynolds 数多高，足够靠近固壁时分子黏性仍然占主导。

为了用局部壁面剪切建立近壁尺度，定义摩擦速度及相应的壁面单位：

$$\boxed{u_\tau = \sqrt{\frac{|\tau_w|}{\rho}}.} \tag{8.23}$$

摩擦速度是由壁面剪切应力大小构造的非负速度尺度，而不是某个流体质点的实际速度。利用 u_τ 和 ν 进一步定义

$$u^+ = \frac{\overline{u}}{u_\tau}, \tag{8.24}$$

以及

$$\boxed{y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}.} \tag{8.25}$$

近壁量 τ_w, ρ, μ 可进一步构造黏性长度尺度

$$\ell_\nu = \frac{\nu}{u_\tau},$$

因此 $y^+ = y/\ell_\nu$。这些无量纲量统称为**壁面单位**（wall units）。

若再选定一个外部参考长度 δ_{ref}，可以定义摩擦 Reynolds 数

Generated 2026-08-30 23:28

$$\boxed{Re_\tau = \frac{u_\tau \delta_{\mathrm{ref}}}{\nu} = \frac{\delta_{\mathrm{ref}}}{\ell_\nu}.} \tag{8.26}$$

Re_τ 同时比较外部几何尺度和近壁黏性尺度，因此定义时必须说明 δ_{ref} 的选择：充分发展通道流通常取通道半高，外部边界层则需明确采用哪一种边界层厚度。没有参考长度约定的 Re_τ 数值不能直接比较。

8.6.2 近壁分区与壁面律

在离壁面很近的区域，Reynolds 剪切应力很小，总剪切主要由分子黏性承担：

$$\tau \approx \mu \frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y} \approx \tau_w.$$

对于附着平均流动，按本书坐标约定取 $\tau_w > 0$，利用

$$\tau_w = \rho u_\tau^2, \qquad \nu = \frac{\mu}{\rho},$$

代入这些定义后，速度梯度满足

$$\frac{\mathrm{d}u^+}{\mathrm{d}y^+} = 1.$$

结合壁面处 $u^+ = 0$，

$$\boxed{u^+ = y^+.} \tag{8.27}$$

线性律通常适用于典型范围 $y^+ \lesssim 5$（文献 11、26）。这里的 “5” 只标示线性近似开始明显偏离的经验量级，并不是黏性作用在该处突然消失。

缓冲层。在缓冲层中，分子黏性输运仍然重要，而 Reynolds 应力已经快速增强，两种机制具有相近的重要性。典型范围常取

$$5 \lesssim y^+ \lesssim 30.$$

这一分区是对光滑壁规范流动的工程性概括，可参见文献 11、26。

对数律区域。在离壁面更远、但尚未受到外层尺度强烈影响的一定范围内，经典平均速度对数律为

$$\boxed{u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B.} \tag{8.28}$$

Generated 2026-08-30 23:28

工程计算和经典教材中常取 $\kappa \approx 0.41$，对于光滑壁面常取 $B \approx 5$（文献 11）。这些数值不是与流动类型和拟合方法无关的绝对常数；例如高 Reynolds 数通道流 DNS 给出 $\kappa = 0.384 \pm 0.004$（文献 26）。本章采用 0.41 和 5 作为便于教学与工程估算的约定值。对数区也不能只由 “$y^+ > 30$” 单独定义：它还要求 y 相对于外部尺度足够小，并需要足够大的 Re_τ 才能形成可辨认的尺度重叠区。

上述关系可归纳为下表所示的典型近壁分区：

区域	典型 y^+	主导机制
黏性底层	$y^+ \lesssim 5$	分子黏性
缓冲层	$5 \lesssim y^+ \lesssim 30$	黏性 + 湍流输运
对数区	$y^+ \gtrsim 30$ 的一定范围	湍流剪切占主导
外层	更远离壁面	外部尺度影响明显

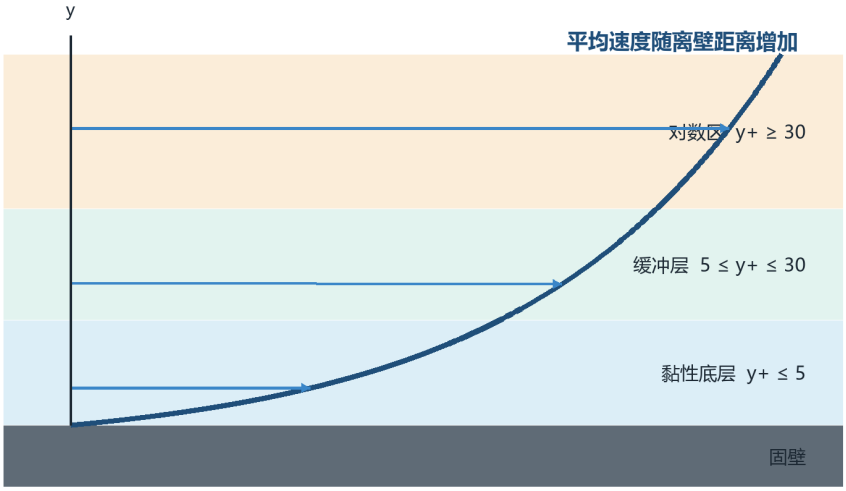


图 8.8: 光滑壁湍流近壁分区及平均速度增长的定性示意。各分界值表示典型工程范围，并非严格界面；范围与壁面律常数参见文献 11、26。

这些分界是光滑壁规范流动中的经验过渡范围，并非流动物理量发生突变的严格界面。不同 Reynolds 数、压强梯度、粗糙度和流动历史会使范围移动或重叠，因此它们适合组织物理图像，不适合作为普适的分区判据。

例题 8.2　由壁面剪切应力计算 u_τ 与 y^+

已知水流中的壁面剪切应力、密度、运动黏度和测点离壁距离分别为

$$\tau_w = 0.36\ \text{Pa}, \qquad \rho = 1000\ \text{kg/m}^3, \qquad \nu = 1.0 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}, \qquad y = 0.20\ \text{mm}.$$

求摩擦速度 u_τ、壁面距离 y^+，并判断测点所在的近壁区域。

解：首先统一长度单位：$y = 2.0 \times 10^{-4}$ m。摩擦速度为

$$u_\tau = \sqrt{\frac{|\tau_w|}{\rho}} = \sqrt{\frac{0.36}{1000}} = 1.90 \times 10^{-2}\ \mathrm{m/s}.$$

相应的无量纲壁面距离为

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} = \frac{(2.0 \times 10^{-4})(1.90 \times 10^{-2})}{1.0 \times 10^{-6}} \approx 3.8.$$

由于 $y^+ \lesssim 5$，该测点位于黏性底层的典型范围内。

8.6.3 总剪切应力与等效输运

对于充分发展平行壁湍流，平均流向动量的法向输运可写成

$$\boxed{\tau_{\mathrm{total}} = \underbrace{\mu \frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y}}_{\text{分子黏性剪切}} - \underbrace{\rho \overline{u'v'}}_{\text{Reynolds 剪切应力}}}. \tag{8.29}$$

平面通道流还能把两种贡献的分工写成严格的整体关系。考虑通道下半部，令 $y = 0$ 为壁面、$y = h$ 为中心面，且 $\mathrm{d}\overline{p}/\mathrm{d}x < 0$。充分发展平均动量方程给出

$$0 = -\frac{\mathrm{d}\overline{p}}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}\tau_{\mathrm{total}}}{\mathrm{d}y}.$$

利用中心面对称条件 $\tau_{\mathrm{total}}(h) = 0$ 积分，得到

$$\boxed{\tau_{\mathrm{total}}(y) = \mu \frac{\mathrm{d}\overline{U}}{\mathrm{d}y} - \rho \overline{u'v'} = \tau_w \left(1 - \frac{y}{h}\right), \qquad \tau_w = -h \frac{\mathrm{d}\overline{p}}{\mathrm{d}x} > 0.} \tag{8.30}$$

总剪切从壁面的 τ_w 线性降到中心面的零，这一结论直接来自平均动量守恒，与具体湍流模型无关。对这一通道约定，摩擦 Reynolds 数就是 $Re_\tau = u_\tau h/\nu$。壁面处速度脉动为零，Reynolds 剪切也为零，所以分子黏性承担全部剪切；离壁后 Reynolds 剪切迅速增大，并在通道的大部分区域承担主要动量通量；中心面上平均速度梯度和 $\overline{u'v'}$ 又因对称性同时为零。图 8.9 中总剪切直线是精确关系，两条分项曲线仅示意典型分工，并非特定 Re_τ 的数据。

湍流中的“有效黏性”。若采用涡黏度近似

$$-\rho \overline{u'v'} = \rho \nu_t \frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y},$$

则总剪切可写成

$$\tau_{\mathrm{total}} = \rho(\nu + \nu_t) \frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y}.$$

于是可以定义

Generated 2026-08-30 23:28

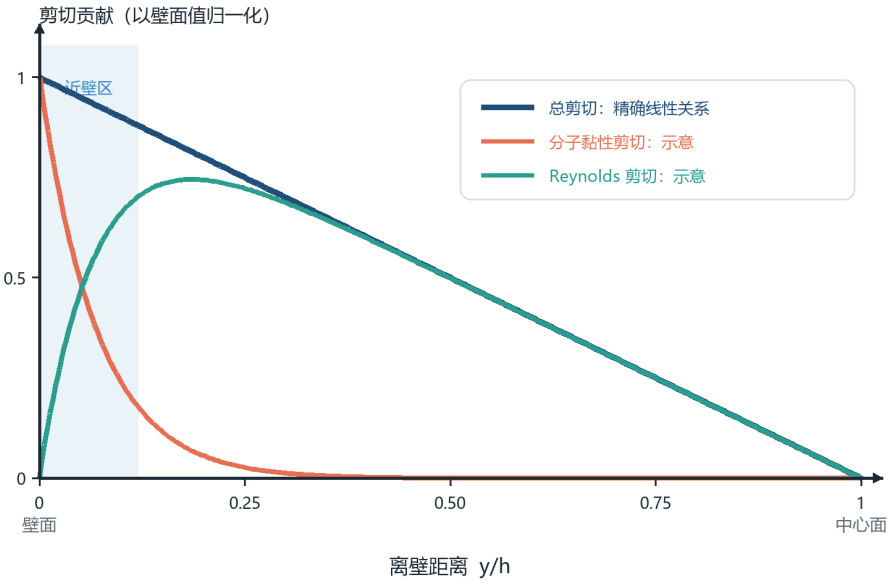


图 8.9: 充分发展平面通道下半部的总剪切分配。总剪切严格按 $1-y/h$ 线性变化；分子黏性剪切和 Reynolds 剪切的曲线只表示从壁面到中心面的典型分工。

$$\nu_{\mathrm{eff}} = \nu + \nu_t.$$

但 ν_{eff} 并不是新的分子物性，而是采用湍流模型后的等效输运系数。

层流与湍流壁面输运及阻力。层流主要依靠分子黏性输运动量；湍流还通过脉动交换动量。在相同平均流量下，湍流脉动通常会增强近壁动量交换和壁面速度梯度，因此摩擦阻力往往增加。

但对于钝体外流，湍流边界层又可能因较强的近壁动量补充而更能抵抗逆压梯，从而推迟分离、减小尾迹和压差阻力。因此总阻力

$$F_D = F_{D,f} + F_{D,p}$$

必须同时考虑摩擦阻力与压差阻力。

8.7 DNS、LES、RANS 与湍流模型

8.7.1 DNS：直接数值模拟

DNS（Direct Numerical Simulation）直接求解瞬时 Navier–Stokes 方程

$$\nabla \cdot u = 0,$$

Generated 2026-08-30

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu \nabla^2 u,$$

不引入湍流模型。理论上，从最大的含能尺度到最小的黏性耗散尺度都必须由数值网格和时间步解析。

DNS 可以提供完整瞬时速度场、压强场、涡结构、湍流统计和能量输运细节，因此广泛用于基础湍流研究、机理分析和湍流模型检验。

其主要困难是计算成本。随着 Reynolds 数提高，最小耗散尺度迅速减小，所需网格点、时间步、存储量和统计采样成本都会急剧增加。

> **拓展：DNS 成本的尺度估计**
>
> 对高 Reynolds 数、近似各向同性的理想三维湍流，经典 Kolmogorov 尺度估计可参见文献 11、27。长度、时间和速度尺度分别定义为
>
> $$\eta_K = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{1/4}, \qquad \tau_K = \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{1/2}, \qquad u_K = (\nu\varepsilon)^{1/4}. \tag{8.31}$$
>
> 若采用大尺度估计 $\varepsilon \sim U^3/L$，则
>
> $$\frac{\eta_K}{L} \sim Re_L^{-3/4}. \tag{8.32}$$
>
> 对于各方向尺度均为 $O(L)$ 的理想三维流动，仅空间网格点数就有数量级估计
>
> $$N_{\text{grid}} \sim \left(\frac{L}{\eta_K}\right)^3 \sim Re_L^{9/4}.$$
>
> 时间步限制和统计采样还会进一步提高总成本。因此，$Re_L^{9/4}$ 只是理想各向同性三维区域的**空间网格点数量级**，不是所有 DNS 的统一成本律；壁湍流还要解析近壁各向异性尺度，实际网格与总运算代价可能更加苛刻（文献 27、28）。

Generated 2026-08-30 23:28

8.7.2 LES：大涡模拟

LES（Large-Eddy Simulation）把湍流尺度分为可解析的大尺度运动与需要建模的小尺度运动。大尺度涡与几何和边界条件密切相关，通常直接求解；较小尺度则通过亚格子模型描述。

LES 对瞬时变量进行空间滤波。例如

$$\widetilde{u_i}(x,t) = \int_{\mathbb{R}^3} G_\Delta(x-r)\,u_i(r,t)\,\mathrm{d}r, \tag{8.33}$$

其中 G_Δ 为特征宽度为 Δ 的滤波核。这里的 Δ 属于滤波运算或亚格子模型的定义，而 Δx、Δy、Δz 是离散网格在三个方向上的几何间距。两类尺度在常见隐式滤波 LES 中往往相关，却不在概念上恒等；即使采用代表性网格尺度

$$\Delta_g = (\Delta x\,\Delta y\,\Delta z)^{1/3},$$

也必须说明模型中的 Δ 如何由 Δ_g 或各方向网格尺度构造。高度各向异性的网格尤其不能只用一个 Δ_g 代替三个方向的分辨率。完成这一尺度区分后，再定义未解析部分

$$u_i^{\mathrm{sgs}} = u_i - \widetilde{u_i}.$$

教材中常先作**滤波与微分可交换**的假设，亦即

$$\widetilde{\frac{\partial \phi}{\partial x_j}} = \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x_j}. \tag{8.34}$$

这一关系对平移不变的均匀卷积滤波、常滤波宽度以及适当的边界处理可以成立；若 Δ 随空间变化、网格强烈非均匀或滤波核在边界附近被截断，则一般会出现额外的交换误差项。以下滤波方程采用可交换假设，实际 LES 则必须说明滤波、网格和边界处理如何影响这一前提。对常密度不可压缩 Navier–Stokes 方程滤波可得

$$\frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial (\widetilde{u_i}\widetilde{u_j})}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \widetilde{u_i}}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}^{\mathrm{sgs}}}{\partial x_j}. \tag{8.35}$$

亚格子应力定义为

$$\boxed{\tau_{ij}^{\mathrm{sgs}} = \widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i}\widetilde{u_j}.} \tag{8.36}$$

它来自非线性项“先相乘再滤波”与“先滤波再相乘”的差异。τ_{ij}^{sgs} 不能仅由已解析变量精确确定，因此 LES 同样存在闭合问题。

常见的亚格子涡黏性形式为

$$\tau_{ij}^{\mathrm{sgs}} - \frac{1}{3}\tau_{kk}^{\mathrm{sgs}}\delta_{ij} = -2\nu_t \widetilde{S}_{ij}, \qquad \widetilde{S}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u_j}}{\partial x_i}\right). \tag{8.37}$$

LES 保留随时间变化的已解析大尺度运动，只建模滤波尺度以下的作用；RANS 则对全部湍流脉动的平均作用建模。因此两类“应力”虽然数学形式相似，物理含义不同。

8.7.3 RANS 方法及其模型假设

RANS 直接求解平均流动

$$\overline{u}, \qquad \overline{p},$$

Generated 2026-08-30 03:28

并通过湍流模型闭合 Reynolds 应力。其主要优势是计算成本较低，因而能处理许多高 Reynolds 数复杂几何；局限是瞬时大尺度结构被平均掉，而且强分离、旋转、曲率和强非定常流动中的结果可能对模型高度敏感。这里的“模型”不是按几何名称选择的一套经验公式，而是对未封闭相关量所作的结构假设；模型常数和函数又通常借助有限类别的规范流动校准，因此可靠性不能自动外推到校准范围之外。

DNS、LES 与 RANS 的比较。

方法	解析内容	建模内容	典型成本	主要用途
DNS	全部湍流尺度	无湍流模型	极高	基础研究
LES	大尺度涡	小尺度亚格子运动	高	高保真非定常计算
RANS	平均流动	全部湍流统计效应	较低	工程设计

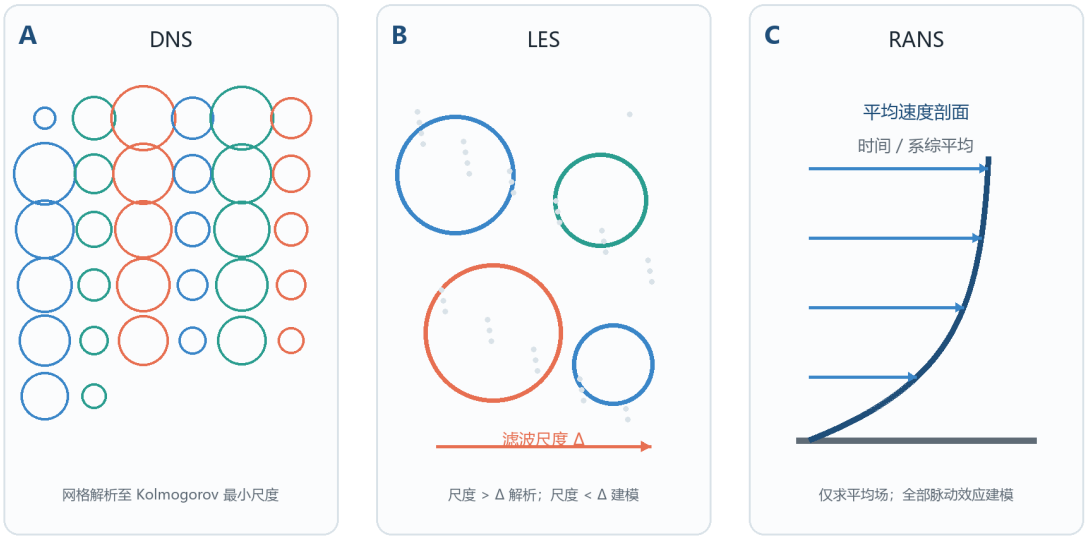


图 8.10: DNS、LES 与 RANS 对湍流尺度的不同处理方式。图中的涡结构仅表示解析层级，不代表计算数据。

它们并不是三套不同的流体力学，都以 Navier–Stokes 方程为基础，只是对于“哪些尺度直接求解、哪些尺度需要建模”采取了不同处理。

例题 8.3　根据研究目标选择 DNS、LES 或 RANS

某研究希望获得高 Reynolds 数圆柱尾迹中大尺度涡脱落的瞬时结构、主频及其对升力波动的影响。计算资源能够承担非定常三维计算，但不足以解析最小黏性耗散尺度。应优先选择哪一种方法？

解：优先选择 **LES**。

- DNS 能直接解析全部尺度，但题设已说明资源不足以解析最小尺度，因此不可行。
- RANS 主要面向平均流动；即使采用非定常 RANS，全部湍流统计效应仍由 RANS 模型

闭合，对分离尾迹中瞬时大尺度结构的保真度通常有限。

- LES 直接解析与几何密切相关的大尺度非定常涡，只对滤波尺度以下的运动建模，因此与“研究涡脱落瞬时结构和频率”的目标更匹配。

若目标改为大量几何方案之间快速比较时间平均阻力，RANS 往往更经济；若目标是研究小尺度统计且 Reynolds 数和计算资源允许，DNS 才可能成为首选。

RANS 模型的层级。本书不系统推导具体湍流模型，只借这些层级说明“闭合什么”。零方程模型直接给出代数形式的 ν_t，一方程和两方程模型分别增加一个或两个湍流尺度变量的输运方程，Reynolds 应力模型则直接求解多个应力分量，不再把全部各向异性压缩成单一标量涡黏度。方程数量增加并不构成普适的精度排序，因为每一层仍包含不同的局部平衡、各向同性、压强–应变和耗散闭合假设。

k–ε 模型。该模型求解湍动能 k 与耗散率 ε 的输运方程，并由它们构造湍流时间/长度尺度。经典尺度关系为

$$\boxed{\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}.} \tag{8.38}$$

其中 C_μ 为模型常数。k 提供脉动速度尺度，而 ε 描述湍动能向小尺度耗散的速率。

k–ω 模型。该模型求解 k 与比耗散率 ω。其基本涡黏度尺度关系可写为

$$\boxed{\nu_t \sim \frac{k}{\omega}.} \tag{8.39}$$

ω 的量纲为时间的倒数，可理解为提供湍流特征时间尺度。k–ω 类模型在近壁区域具有方便的处理方式，但其自由流敏感性需要在具体模型中妥善处理。

k–ω SST 模型。 SST（Shear Stress Transport）利用混合函数使近壁区域保持 k–ω 的行为、外层逐渐转向具有 k–ε 特性的行为，并对涡黏度加入剪切应力限制。这里应理解的是它对不同区域模型缺陷所作的结构性修正，而不是记忆完整混合函数和模型常数；同一个简单两方程模型很难在所有壁面区域和外部流动中保持同样可靠。

Reynolds 应力模型。 Reynolds 应力模型不再使用简单线性 Boussinesq 假设来表达全部 Reynolds 应力，而是直接对多个 $\overline{u_i' u_j'}$ 分量建立输运方程。它能够更直接描述湍流各向异性、旋转和曲率等效应，但需要更多方程和额外闭合，因此计算成本和模型复杂度也更高。

常见 RANS 模型的概念比较。下表用于辨认模型结构，不是脱离流动目标、边界条件和验证证据的“选型说明书”。

表 8.1: 常见 RANS 模型的结构性比较。

模型	主要求解/构造量	ν_t 的典型尺度关系	主要假设与局限
混合长度	ℓ_m	$\ell_m^2 \lvert \mathrm{d}\overline{u}/\mathrm{d}y \rvert$	假定局部剪切决定输运；离开简单附着剪切流后需重新检验

Confidential 2025-08-30 23:28

模型	主要求解/构造量	ν_t 的典型尺度关系	主要假设与局限
k–ε	k, ε	$C_\mu k^2/\varepsilon$	以标量涡黏度联系应力与平均应变；强各向异性和非平衡效应仍受限
k–ω	k, ω	k/ω	同属线性涡黏性框架；外层结果可能对自由流 ω 条件敏感
SST	k, ω + 混合/限制机制	修正的 k/ω 关系	混合与限制改善部分边界层问题，但不消除线性涡黏性的模型形式误差
RSM	多个 Reynolds 应力	不依赖单一标量 ν_t	放宽单一标量涡黏度假设，但压强–应变、耗散等项仍需闭合

离散网格继续加密可以减小数值误差，却不能消除由闭合假设造成的**模型形式误差**。因此，模型结果应在目标流动、Reynolds 数、压强梯度、粗糙度和边界条件范围内与独立证据比较；调节模型参数使单一算例吻合，也不能替代对其他工况的 validation。

混合长度思想。 Prandtl 提出一个简单但影响深远的模型思想。假设湍流脉动跨越特征长度 ℓ_m，称为**混合长度**。在简单剪切流中，

$$\nu_t \sim \ell_m^2 \left|\frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y}\right|.$$

如果近壁区域取

$$\ell_m = \kappa y,$$

采用这一混合长度后，涡黏度的数量级为

$$\nu_t \sim \kappa^2 y^2 \left|\frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y}\right|.$$

这一思想可以进一步导出经典对数律。其核心物理图像仍然是：湍流流体团的跨层运动显著增强了平均动量交换。

8.7.4 CFD 中的近壁处理

对于壁湍流 CFD，y^+ 把第一层网格中心的物理高度换算成局部黏性尺度，但合适的目标值取决于近壁区域怎样处理，而不是一个普适质量阈值。

Generated 2026-05-30 23:20

表 8.2: y^+ 目标必须与近壁处理方式绑定；表中数值只是常用设计量级，不是严格界面或通用验收线（文献 13、26、28）。

近壁处理	第一层网格需要表达什么	常用量级与必要说明
壁面解析 DNS / LES	直接解析黏性底层和近壁梯度	第一层中心常取 $y^+ \sim O(1)$；还必须同时检查流向、展向和时间分辨率
解析至壁面的低 Reynolds 数 RANS	由模型方程和离散直接连接到无滑移壁面	常以 $y^+ \approx 1$ 作初始设计量级，但目标随具体模型、离散方法和壁面量而变
采用壁面函数的 RANS	第一层点落在所用壁面律及其校准范围内	经典对数律壁面函数通常要求避开缓冲层并进入对数区，常见起点约为 $y^+ \gtrsim 30$；具体范围必须服从模型说明
壁面建模 LES	用壁面模型连接未解析近壁区与外层 LES	不能只凭一个 y^+ 判断；还需说明滤波尺度、壁面模型、外层网格和非平衡效应

网格设计阶段的 u_τ 往往来自经验估计或先导计算，所以得到的第一层高度只是初值；正式计算后还要用所得 τ_w 回算 y^+ 的空间分布。即便第一层 y^+ 满足目标，如果边界层法向总层数、网格增长率、流向/展向分辨率、入口湍流或壁面模型不合适，计算仍可能不可信。

> y^+ 是连接物理尺度、网格尺度和壁面处理假设的诊断量，而不是脱离模型语境的单项合格证。

8.8 CFD：从控制方程到可信计算

DNS、LES 和 RANS 回答的是“哪些流动尺度直接求解、哪些效应需要建模”。真正开展 CFD 计算时，还必须回答另一组问题：连续控制方程怎样变成有限个代数方程？时间怎样向前推进？不可压缩条件怎样满足？计算结果又怎样证明与网格、时间步无关并具有物理可信度？

本节只建立方法链，不展开具体软件操作和算法推导：

$$\text{控制方程} \to \text{空间与时间离散} \to \text{代数方程组} \to \text{迭代求解} \to \text{verification} \to \text{validation}.$$

8.8.1 从守恒方程到有限体积离散

以一般输运变量 ϕ 为例，在固定控制体 V_P 上积分，可写成

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{V_P} \rho\phi \,\mathrm{d}V + \oint_{\partial V_P} \rho\phi u \cdot n \,\mathrm{d}A = \oint_{\partial V_P} \Gamma_\phi \nabla\phi \cdot n \,\mathrm{d}A + \int_{V_P} S_\phi \,\mathrm{d}V. \tag{8.40}$$

Generated 2026-08-30 09:25:29

左端依次表示控制体内储存量的变化和对流通量，右端表示扩散通量与源项。**有限体积法**（finite volume method, FVM）的核心，是把计算域划分成许多相邻控制体，并近似每个控制体各个面的通量。相邻控制体共享同一个面，因此一个控制体流出的通量会以相反符号进入相邻控制体，这使离散方程天然保留局部守恒结构。

完成面通量、梯度和源项近似后，每个控制体可得到类似

$$a_P\phi_P = \sum_N a_N\phi_N + b$$

的代数方程，其中 P 表示当前控制体，N 表示相邻控制体。把所有控制体方程组装起来，就得到需要数值求解的大型稀疏代数方程组。

> **FDM、FVM 与 FEM 的概念区别**
>
> - **有限差分法（FDM）**直接用网格点上的差分近似微分算子，规则网格上直观高效。
> - **有限体积法（FVM）**从控制体积分守恒出发，以面通量连接相邻单元，在工程 CFD 中应用广泛。
> - **有限元法（FEM）**通过弱形式、试函数和基函数建立离散方程，适合复杂几何及多物理场问题。
>
> 三者都把连续问题转化为有限维代数问题；差别主要在离散出发点和函数表示方式，而不是所遵循的物理定律不同。

8.8.2 空间离散与离散误差

连续导数和面通量只能由有限网格上的数值近似表示，由此产生**截断误差**（truncation error）和**离散误差**（discretization error）。若网格特征尺度为 h，某离散格式在光滑解区域满足

$$E_h \sim Ch^p,$$

则称其具有 p 阶精度。这个阶数描述渐近细网格区中的误差衰减速度，并不保证任何一张粗网格已经准确。

对流项尤其需要谨慎：一阶迎风格式通常较稳定，但可能产生明显的**数值扩散**，把剪切层、尾迹和涡结构过度抹平；中心格式数值耗散较小，但在陡峭梯度附近可能产生非物理振荡。实际精度还会受到网格非正交性、单元长宽比、边界曲率表示和梯度重构方法影响。

> **数值耗散不等于分子黏性或湍流模型**
>
> 如果粗网格或低阶格式把速度梯度抹平，所得“耗散”来自离散误差，不能自动解释为真实黏性耗散或合理的 SGS/RANS 建模。判断能量损失来源时，必须同时检查物理模型、网格和离散格式。

Generated 2026-08-30 03:28

8.8.3 时间推进、时间步与 CFL

非稳态问题还要把时间导数离散。**显式时间推进**直接利用已知时刻的变量计算下一时刻，单步成本较低，但稳定时间步通常受限；**隐式时间推进**需要在新时刻求解联立方程，单步成本较高，稳定性范围通常更大，但大时间步仍可能损失瞬态精度。

衡量对流在一个时间步内跨越多少网格的基本无量纲量是 Courant 数：

$$Co = \frac{U_c \Delta t}{\Delta x}. \tag{8.41}$$

这里 U_c 是局部特征对流速度。许多显式格式要求 Co 不超过与格式有关的上限，这类稳定性要求通常称为 **CFL 条件**。在多维、非均匀网格和可压缩流动中，应使用各方向及局部波速构造更完整的条件。

隐式格式允许较大的稳定时间步，却不能保证任意大的 Δt 都能准确解析涡脱落、压强脉动或瞬态扩散。时间步既要满足稳定性限制，也要分辨目标频率和最小相关时间尺度，并通过时间步独立性检查。

例题 8.4　同时估算近壁第一层高度与显式时间步

某水流壁湍流 CFD 计算采用 $\nu = 1.0 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$，预估摩擦速度为 $u_\tau = 0.10\ \mathrm{m/s}$。流向最小网格尺度为 $\Delta x = 2.0\ \mathrm{mm}$，局部特征对流速度为 $U_c = 2.0\ \mathrm{m/s}$，显式格式要求 $Co \le 0.5$。若还希望解析频率 $f = 20\ \mathrm{Hz}$ 的非定常运动，求：（1）$y^+ = 1$ 时第一层网格中心高度；（2）$y^+ = 50$ 时对应高度；（3）CFL 给出的最大时间步；（4）采用该时间步时每个目标周期包含多少步。

解：由 $y^+ = y u_\tau / \nu$，直接解析黏性底层并取 $y^+ = 1$ 时，

$$y_1 = \frac{y^+ \nu}{u_\tau} = \frac{(1)(1.0 \times 10^{-6})}{0.10} = 1.0 \times 10^{-5}\ \mathrm{m} = 10\ \mu\mathrm{m}.$$

若采用 $y^+ = 50$，则

$$y_{50} = \frac{(50)(1.0 \times 10^{-6})}{0.10} = 5.0 \times 10^{-4}\ \mathrm{m} = 0.50\ \mathrm{mm}.$$

由式 8.41，显式时间步必须满足

$$\Delta t \le Co_{\max} \frac{\Delta x}{U_c} = (0.5)\frac{2.0 \times 10^{-3}}{2.0} = 5.0 \times 10^{-4}\ \mathrm{s}.$$

目标频率的周期为

$$T_f = \frac{1}{f} = 0.050\ \mathrm{s},$$

因此当 $\Delta t = 5.0 \times 10^{-4}\ \mathrm{s}$ 时，每个周期包含

$$N_T = \frac{T_f}{\Delta t} = 100$$

个时间步。

Generated 2026-08-30 23:26

结果解释：y^+ 控制壁面法向分辨率，CFL 约束时间推进，两者针对不同离散尺度。$y^+ = 1$ 所需的 10 μm 显示近壁网格必须高度各向异性；$y^+ = 50$ 在这里仅用于换算另一种网格量级，只有当所用壁面函数明确把第一层点置于该适用范围时才具有建模意义。100 步/周期在时间分辨率上看较充分，但仍需继续减小 Δt 检查振幅、相位和统计量是否稳定。若改用隐式格式，稳定性限制可能放宽，但目标频率的精度要求不会自动消失。

8.8.4 不可压缩流动的压强–速度耦合

不可压缩条件

$$\nabla \cdot u = 0$$

没有给出压强自己的独立演化方程。压强的作用是调整速度场，使更新后的速度满足无散约束。因此，速度和压强不能分别独立求解。

以投影思想为概念例子：先暂时不使用新时刻压强，得到预测速度 u^*；再用压强梯度修正

$$u^{n+1} = u^* - \frac{\Delta t}{\rho}\nabla p^{n+1}.$$

要求 $\nabla \cdot u^{n+1} = 0$，可得到概念性的压强 Poisson 方程

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\rho}{\Delta t}\nabla \cdot u^*. \tag{8.42}$$

求得压强后再校正速度。投影法、压强修正法以及工程软件中常见的 SIMPLE、PISO 等方法在具体步骤上不同，但共同目标都是让离散动量方程与离散连续性方程同时成立。本书不展开其算法细节。

8.8.5 网格独立性与时间步独立性

一次计算达到很小的代数残差，只说明该网格、该时间步下的离散方程被较充分地求解，并不能证明离散解已经接近连续方程的解。基本检查流程是：

1. 在每组网格上先保证质量和动量不平衡、代数残差以及关注量的迭代历史达到可接受水平；
2. 构造至少三组具有系统加密关系的网格，并保持几何、边界条件、物理模型和离散格式一致；
3. 同时比较整体量和局部量，例如压降、阻力系数、涡脱落频率、分离位置、速度剖面以及壁面 y^+；
4. 对非稳态问题，在选定网格上继续减小 Δt，检查平均量、振幅、相位和频谱是否稳定；
5. 报告网格数量、局部加密策略、时间步、离散格式和变化百分比，而不能只写 “结果与网格无关”。

如果三组网格的结果非单调变化，可能尚未进入渐近收敛区，也可能存在迭代误差、统计采样误差、网格质量变化或模型切换等干扰。此时不能从两组 “看起来接近” 的结果草率宣布网格独立。

Generated 2026-08-30 23:28

> ❗ 三种收敛不是一回事
>
> - **迭代收敛**：在固定网格和时间步上，把离散代数方程解到足够小的残差。
> - **网格/时间步收敛**：离散尺度继续减小时，关注量趋向稳定或可外推的极限。
> - **物理正确性**：所选控制方程、边界条件和模型能够描述真实问题。
>
> 前两项通过也不自动保证第三项成立。

8.8.6 Verification 与 validation

中文资料常把 verification 和 validation 都泛称为“验证”，但二者回答的问题不同：

表 8.3: CFD 中 verification 与 validation 的基本区别。

环节	核心问题	典型证据
Verification（求解验证）	方程是否被正确地离散和求解，即“方程算对了吗？”	解析解或制造解、基准算例、守恒检查、残差、网格与时间步收敛、离散误差估计
Validation（模型确认）	方程、边界条件和模型能否代表目标物理，即“算的是正确问题吗？”	与独立实验或可靠观测比较，并同时考虑实验不确定度、输入不确定度和数值不确定度

模型参数用某一组实验数据标定后，再与同一组数据吻合，不能单独构成独立 validation。更有说服力的做法是用不同工况或独立数据检验模型的预测能力，并说明比较量、误差指标和不确定度范围。

因此，一份可信的 CFD 报告至少应让读者知道：求解了什么方程；采用了什么物理模型和边界条件；网格与时间步如何选择；离散格式和收敛准则是什么；是否完成 verification；与哪些独立数据进行了 validation；剩余不确定性来自哪里。

8.9 从边界层到湍流：全书主线回顾

Reynolds 数与计算难度。随着 Reynolds 数提高，边界层变薄，近壁速度梯度增大，湍流尺度范围扩大，最小耗散尺度减小，相关时间尺度的范围也随之扩大。因此，Reynolds 数不仅控制流动物理，也直接控制数值计算难度，这再次体现了无量纲参数在理论分析和计算方法中的统一作用。

8.9.1 从层流边界层到壁湍流

湍流增强壁面法向动量输运，使平均速度剖面更加饱满、壁面摩擦通常增加，并改变边界层的增长与分离特性；但

$$\text{壁面} \rightarrow \text{无滑移} \rightarrow \text{速度梯度} \rightarrow \text{剪切应力}$$

Generated 2026-05-30 08:28

这一条黏性流动主线并没有改变。

高 Reynolds 数下的黏性作用。当 $Re \gg 1$ 时，大尺度外部湍流运动可以主要由惯性控制，但分子黏性并没有消失：

- 固壁附近足够小的 y^+ 区域仍由分子黏性控制动量输运；
- 湍流能量经过尺度间传递后，最终仍由分子黏性在小尺度耗散；
- 边界层厚度、壁面剪切以及分离问题都离不开黏性作用。

因此更准确的表述是：

黏性不再控制全部流场的大尺度运动，但仍然决定近壁行为和最终能量耗散。

8.9.2 全书四条知识主线

主线一：黏性与动量输运。

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \rightarrow \text{动量扩散} \rightarrow \text{Stokes 第一问题} \rightarrow \text{边界层} \rightarrow \text{壁湍流}.$$

主线二：无量纲化与主导平衡。

$$\text{Navier–Stokes 方程} \rightarrow \text{无量纲化} \rightarrow Re \rightarrow \text{尺度分析} \rightarrow \text{主导平衡}.$$

主线三：Reynolds 数改变流动物理。

$$Re \ll 1 \rightarrow \text{Stokes flow},$$

$$Re = O(1) \rightarrow \text{完整黏性流动},$$

$$Re \gg 1 \rightarrow \text{边界层} \rightarrow \text{分离与尾迹} \rightarrow \text{转捩与湍流}.$$

主线四：解析、渐近与数值方法互相补充。

精确解提供基准与物理图像；尺度分析和渐近方法识别主导平衡；CFD 通过离散处理复杂几何和非线性问题，但必须经过网格/时间步检查、verification 和 validation。

8.9.3 面对一个新流动问题的分析习惯

面对一个新的流体问题，不应首先问 “有没有现成公式”，而应依次问：

1. **控制方程是什么？**
2. **几何与边界条件是什么？**

Generated 2026-08-30 23:28

3. **合适的特征尺度是什么？**
4. **关键无量纲参数是什么？**
5. **哪些项构成主导平衡？**
6. **是否存在边界层、剪切层、尾迹或其他多个尺度？**
7. **需要解析、实验还是数值方法？**
8. **若采用 CFD，应使用 DNS、LES 还是 RANS，为什么？**
9. **结果是否经过守恒、迭代收敛、网格/时间步检查、verification 和 validation？**

这种分析习惯比记忆大量孤立公式更重要。

8.10 本章小结

1. 湍流是 Navier–Stokes 方程的复杂运动状态，通常由扰动增长、非线性作用和三维化发展而来；统计规律与相干结构是互补描述。
2. Reynolds 分解及乘积平均把速度脉动相关引入平均动量方程。Reynolds 应力是平均动量通量而不是分子本构应力，由此产生 RANS 闭合问题。
3. 湍动能 k 可由平均剪切生产、经空间输运与尺度间传递重新分配，最终以 $\varepsilon = 2\nu\overline{s'_{ij}s'_{ij}}$ 由分子黏性耗散；能谱中的含能区、惯性区和耗散区呈现了同一能量链。
4. 壁面单位由 u_τ 和 ℓ_ν 构造，Re_τ 比较外部尺度与黏性长度。黏性底层、缓冲层和对数区的范围是经验过渡范围，并非严格界面。
5. 通道流总剪切由分子剪切与 Reynolds 剪切共同承担，并严格满足式 8.30；壁面处 Reynolds 剪切为零，分子黏性仍控制壁面牵引。
6. DNS 解析全部尺度；LES 解析滤波尺度以上的非定常运动并闭合亚格子作用；RANS 直接求平均流并闭合全部湍流统计效应。滤波尺度、网格尺度和微分交换条件必须分别说明。
7. 涡黏性、两方程模型、SST 和 Reynolds 应力模型都包含结构假设和校准范围；网格加密不能消除湍流模型的模型形式误差。
8. y^+ 目标必须与壁面解析、壁面函数或壁面建模方法绑定，不能作为脱离模型和其他方向分辨率的普适质量阈值。
9. Reynolds 数升高会扩大需要解析的空间和时间尺度范围；Kolmogorov 尺度说明 DNS 成本为何迅速增长，但单一幂律不是所有流动的统一成本公式。
10. 有限体积离散、时间推进、CFL 条件和压强–速度耦合把控制方程变成可计算系统，同时引入需要量化的数值误差。
11. 迭代收敛不等于网格和时间步收敛，更不等于物理正确；verification 与 validation 必须分别检查离散求解和物理模型。

习题

题目层级： 必做（核心概念、基本推导与标准计算）； 选做（进阶推导、专题应用与方法比较）； 研究训练（开放论证、建模判断、CFD/实验分析或综合研究）。

基础题

8.1 必做

比较时间平均、空间平均和系综平均的定义与适用条件。为什么沿某一方向进行空间平均通常要求该方向具有统计齐次性？

8.2 必做

什么是各态历经性？为什么“足够长的时间平均可以估计系综平均”并不意味着任意有限采样时间都已经统计收敛？

8.3 必做

说明层流、转捩和湍流三者之间的基本区别。

8.4 必做

为什么不能简单用一个普适 Reynolds 数作为所有流动的层流–湍流分界？

8.5 必做

对于：

$u = \overline{u} + u'$,

证明：

$\overline{u'} = 0.$

8.6 必做

若：

$\overline{u'} = 0, \qquad \overline{v'} = 0,$

是否意味着：

$\overline{u'v'} = 0$?

说明理由。

Reynolds 分解与 RANS

8.7 必做

若 $f = \overline{f} + f'$、$g = \overline{g} + g'$，证明

$$\overline{fg} = \overline{f}\,\overline{g} + \overline{f'g'}.$$

并说明这一关系为什么对 RANS 推导很关键。

Generated 2026-08-30 23:28

8.8 必做

对：

$u = \overline{u} + u'$,

计算：

$\overline{u^2}$.

证明：

$\overline{u^2} = \overline{u}^2 + \overline{u'^2}$.

8.9 必做

解释为什么对 Navier–Stokes 方程中的线性黏性项取平均不会产生新的未知量，而对非线性对流项会产生二阶脉动相关量。进一步对 x 方向对流项

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$$

作 Reynolds 分解和平均，并利用脉动连续性方程说明为什么最终出现

$$\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z}.$$

8.10 必做

写出不可压缩 RANS 方程，并指出与层流平均动量方程相比新增了哪一项。

8.11 必做

解释：

$-\rho\overline{u'v'}$

为什么可以理解为“湍流剪切应力”。

湍流动量输运

8.12 必做

在：

$\frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y} > 0$

的壁面剪切流中，说明为什么典型湍流事件会产生：

$\overline{u'v'} < 0$.

8.13 必做

Generated 2026-03-30 23:28

为什么湍流会增强壁面法向的动量输运？

8.14 必做

比较：

ν

和：

ν_t

的区别。

至少讨论：

1. 是否为流体物性；
2. 是否随空间变化；
3. 是否依赖湍流模型。

湍动能

8.15 必做

定义：

$$k = \frac{1}{2}\left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}\right).$$

若：

$u'_{\mathrm{rms}} = 2\ \mathrm{m/s}$,

$v'_{\mathrm{rms}} = 1\ \mathrm{m/s}$,

$w'_{\mathrm{rms}} = 1\ \mathrm{m/s}$,

求 k。

8.16 必做

写出式 8.20 的湍动能方程，并分别解释生产、输运和耗散项。再说明为什么一般生产项

$\mathcal{P} = -\overline{u'_i u'_j}\,\partial \overline{u_i}/\partial x_j$

在平行剪切流中化为 $\mathcal{P} = -\overline{u'v'}\,\mathrm{d}\overline{U}/\mathrm{d}y$。最后结合图 8.3，说明含能区、惯性区和耗散区分别对应能量链的哪一部分。

壁面单位

8.17 必做

Generated 2026-08-30 23:28

已知：

$\tau_w = 4\ \mathrm{Pa},$

$\rho = 1000\ \mathrm{kg/m^3}.$

求摩擦速度：

$u_\tau.$

8.18　　必做

若：

$u_\tau = 0.05\ \mathrm{m/s},$

$\nu = 1.0 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s},$

某点距离壁面：

$y = 0.1\ \mathrm{mm},$

求 y^+。

判断该点大致位于：黏性底层；缓冲层；还是更外侧区域。

8.19　　必做

从：

$\tau_w = \mu \frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y}$

推导黏性底层中的：

$u^+ = y^+.$

8.20　　必做

为什么：

$u^+ = y^+$

不适用于整个湍流边界层？

总剪切应力

8.21　　必做

写出壁湍流中的总剪切应力：

$$\tau_{\mathrm{total}} = \mu \frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y} - \rho \overline{u'v'}.$$

解释为什么：

Generated 2026-08-30 23:28

1. 在壁面处 Reynolds 剪切应力必须为零；
2. 远离壁面后 Reynolds 剪切应力可以成为主要贡献。

进一步从充分发展平面通道的平均流向动量方程出发，以壁面 $y = 0$、中心面 $y = h$，推导

$$\frac{\tau_{\text{total}}}{\tau_w} = 1 - \frac{y}{h},$$

并说明这一总剪切关系为什么不依赖具体湍流模型。

8.22 必做

为什么即使：

$Re \gg 1,$

也不能在壁面处忽略分子黏性？

DNS、LES 与 RANS

8.23 选做

分别用一句话说明 DNS、LES 和 RANS 的基本思想。

8.24 选做

将以下任务分别匹配到更合适的方法：

1. 研究基础湍流小尺度统计；
2. 工业飞机整机设计中的快速参数扫描；
3. 研究钝体分离尾迹中的瞬时大尺度结构。

可从 DNS、LES、RANS 中选择，并说明理由。

8.25 选做

为什么 DNS 不需要湍流模型，但仍然非常困难？

8.26 选做

为什么 LES 仍然存在闭合问题？

8.27 选做

为什么 RANS 计算结果可能明显依赖湍流模型？

8.28 选做

比较 k–ε、k–ω 和 SST 模型：它们分别使用哪些湍流尺度量？SST 为什么需要在近壁区与外层采用不同的模型行为？

Generated 2026-08-30 23:28

CFD 网格训练题

8.29 选做

某壁湍流计算希望：

$y^+ = 1.$

已知：

$u_\tau = 0.2\ \mathrm{m/s},$

$\nu = 1.5 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}.$

求第一层网格中心距离壁面的物理距离 y。

8.30 选做

另一组计算使用：

$y^+ = 50.$

它是否适合直接解析黏性底层？

如果使用壁面函数，这样的网格设计是否可能合理？

说明为什么不能仅凭 $y^+ = 50$ 判定网格“合格”，还必须知道壁面函数的适用范围、网格增长率和其他方向的分辨率。

8.31 选做

为什么单纯给出“第一层网格高度为 10^{-4} m”不足以判断湍流近壁网格是否足够细？

CFD 基本概念

8.32 必做

有限体积法为什么通常具有良好的局部守恒性质？请结合相邻控制体共享面上的通量说明。

8.33 必做

某一维显式对流计算中

$$U_c = 12\ \mathrm{m/s}, \qquad \Delta x = 3.0\ \mathrm{mm}.$$

若要求 $Co \le 0.6$，计算允许的最大时间步 Δt。为什么即使采用隐式格式，也不能据此认为任意大的时间步都能准确描述非定常流动？

8.34 选做

Generated 2026-08-30 23:28

某 CFD 报告只给出两组网格，并指出阻力系数之差小于 1%，于是宣称 “网格无关”。说明这一论证还缺少哪些信息。至少讨论：系统加密关系；迭代误差；局部流场量；非单调收敛；时间步与统计采样。

8.35 选做

将下列工作分别归入 verification 或 validation，并说明理由：

1. 用解析 Poiseuille 解检查程序的空间收敛阶；
2. 对圆柱绕流进行三套网格和三种时间步的计算；
3. 将预测的平均阻力和 Strouhal 数与独立风洞实验比较；
4. 检查每个控制体上的质量不平衡；
5. 调整湍流模型常数使计算结果贴合一组实验数据，再用另一组工况检验预测能力。

综合题

8.36 研究训练

比较层流平板边界层与湍流边界层：

至少从以下角度讨论：近壁动量输运；平均速度剖面；摩擦阻力；抵抗逆压梯能力；分离位置。

8.37 研究训练

解释下面这句话：

> “湍流本身增强了动量输运，但湍流能量最终仍然需要分子黏性耗散。”

8.38 研究训练

一个钝体在边界层转捩后：摩擦阻力增加；分离推迟；尾迹变窄；背压提高。

说明为什么总阻力仍然可能下降。

8.39 研究训练

某研究生在 CFD 论文中写道：

> “由于本算例 Reynolds 数很高，因此忽略黏性效应。”

评价这一说法。

你的回答至少应涉及：外流区域；边界层；分离；壁面剪切；湍流耗散。

思考与讨论

1. 湍流是不是一种新的流体本构性质？为什么？
2. “湍流是非规则的” 为什么不等于 “湍流完全没有组织结构”？相干结构与统计描述之间是什么关系？

Generated 2026-08-30 23:28

3. 时间平均、空间平均和系综平均分别回答什么问题？在什么意义下各态历经性使实验和 DNS 的长时间采样具有统计意义？
4. 为什么湍流平均以后反而出现了更多未知量？
5. Reynolds 应力为什么叫“应力”，但又不是真正的分子应力？
6. 为什么湍流的强混合能力既有工程优势，也会增加摩擦和能量损失？
7. 为什么高 Reynolds 数并不意味着分子黏性“没有作用”？
8. 为什么壁面单位比直接使用米和米每秒更适合比较不同 Reynolds 数下的近壁流动？
9. 为什么 RANS、LES、DNS 都可以称为 Navier–Stokes 方程的不同计算层级？
10. 为什么 LES 比 RANS 更适合直接描述大尺度分离和涡脱落？
11. 为什么 DNS 随 Reynolds 数增加会迅速变得昂贵？
12. k–ε、k–ω 与 SST 模型为什么需要引入额外的湍流尺度变量，而不是只给一个固定的“湍流黏度”？
13. 为什么 y^+ 是壁湍流 CFD 中比物理网格高度更有普适意义的指标？
14. 为什么很小的代数残差不能代替网格与时间步独立性检查？
15. 为什么 verification 通过以后仍然必须进行 validation？
16. 如果一个新的湍流模型给出很漂亮的速度云图，你首先还应该检查哪些物理量和数值证据？
17. 学完本书后，面对一个陌生流动问题，为什么“先做无量纲化和尺度判断”通常比“先跑 CFD”更合理？

Generated 2026-08-31 23:28